

# ÉCOLE D'ÉTÉ DE PEYRESQ 2009

## Problèmes inverses en traitement des signaux et des images

---

### Restauration d'images par approche variationnelle et EDP (5h)

Laure BLANC-FÉRAUD

Ce cours traite de la résolution de problèmes inverses mal posés en traitement d'image, dans une approche variationnelle. Nous montrerons d'abord toute la difficulté des problèmes inverses mal posés sur l'exemple simple de la déconvolution dans le cas d'un filtre inversible. Ceci justifiera la nécessité de la régularisation. Nous nous intéresserons d'abord à la minimisation d'une fonctionnelle avec une régularisation en norme  $L_2$ .

Nous montrerons les propriétés d'existence et d'unicité d'un minimum d'une telle fonctionnelle et écrirons l'équation d'Euler associée. Afin de mieux comprendre le comportement de la solution, nous ferons une introduction aux EDP pour le traitement d'image, en particulier nous étudierons les propriétés de diffusion. La diffusion anisotrope sera présentée et servira de base à la définition d'un terme de régularisation  $L_2-L_1$ , dont on montrera qu'il préserve les contours de l'image. Les propriétés d'existence et d'unicité d'une telle fonctionnelle seront étudiées et nous conduirons à introduire l'espace des fonctions BV (à variations bornées).

Nous explorerons deux pistes pour la minimisation dans l'espace BV. La première est la minimisation par approximation de fonctionnelles par Gamma-convergence. La deuxième utilise la dualité. Nous décrirons l'algorithme introduit par A. Chambolle, et ses extensions pour des fonctionnelles plus générales. Des résultats seront présentés sur des images 2D en satellite optique et 3D en biologie par microscopie confocale. Nous montrerons des résultats comparatifs de modèles de régularisation, en particulier par variation totale et critères de parcimonie.

**Mots clés** : déconvolution, régularisation  $L_2$ , régularisation  $L_1$  et  $L_2-L_1$ , critère semi-quadratique, variation totale, espace BV, minimisation de fonctionnelle, EDP.

---

### Problèmes inverses et parcimonie (5h)

Rémi GRIBONVAL

Les représentations parcimonieuses de signaux et d'images ont connu un essor considérable à l'occasion du développement enthousiaste au début des années 1990, des techniques de compression et de débruitage basées sur les ondelettes. Une dizaine d'années plus tard, la notion de parcimonie est également devenu un des éléments clés pour aborder d'une manière nouvelle et surtout géométriquement intuitive des problèmes inverses mal posés tels que la séparation aveugle de sources, en particulier dans le cas difficile où le nombre de sources à séparer excède celui des observations disponibles.

L'objectif du cours est dans un premier temps d'introduire les principaux concepts et algorithmes relatifs à la modélisation parcimonieuse et ses applications dans le domaine des problèmes inverses, à partir d'exemples issus du traitement du signal. L'exposé s'appuiera notamment sur l'exemple de la séparation de sources sonores sous-déterminée. On introduira les principaux critères de parcimonie (norme  $L_1$ ,  $L_0$ ) et on décrira les principales familles d'algorithmes de décomposition parcimonieuse (minimisation  $L_1$ , matching pursuit...).

Dans un second temps, l'exposé se concentrera sur la notion d'identifiabilité de décompositions parcimonieuses dans le cadre de problèmes inverses sous-déterminés. Il s'agira de décrire les conditions dans lesquelles on peut fournir des garanties sur les performances d'identification de certains algorithmes de complexité bornée, au départ proposés de façon heuristique. On dressera un panorama synthétique des principales avancées théoriques récentes et des principaux outils (cohérence, constantes d'isométries restreintes) utilisés.

Pour conclure, on décrira les principes, promesses et défis portés par l'échantillonnage compressé (compressed sensing), application émergente des modèles parcimonieux visant à proposer une alternative à l'échantillonnage classique de Shannon. On introduira notamment la notion de matrice de mesure et on discutera le rôle a priori surprenant du choix d'une matrice de mesure « aléatoire » pour garantir le succès de cette approche.

**Mots clés :** représentations parcimonieuses, approximation non-linéaire, échantillonnage compressé (compressed sensing), séparation de sources.

---

## **Problèmes inverses : optimisation et inférence (5h)**

**Jérôme IDIER**

Cette présentation sera organisée en trois parties. La première constituera une introduction classique des problèmes inverses dans le contexte de la restauration des signaux et des images, de la régularisation par pénalisation ou par décomposition parcimonieuse, et de leur interprétation bayésienne. La seconde synthétisera des travaux récents en optimisation de critères pénalisés pour la résolution de problèmes de grande taille comme la restauration d'image. Le point commun à la plupart de ces travaux est de manipuler implicitement ou explicitement le concept très ancien d'approximation majorante. La dernière partie abordera des problèmes d'inférence complexes comme la déconvolution aveugle ou le réglage automatique du paramètre de régularisation. La puissance et la généralité de la simulation bayésienne (autrement dit, les méthodes de Monte-Carlo par chaînes de Markov) en fait un outil presque incontournable dans ce domaine. Néanmoins, sa mise en œuvre efficace demande un certain savoir-faire, en terme d'efficacité algorithmique, mais aussi de calcul d'estimateur.

**Mots clés :** problèmes mal posés, régularisation par pénalisation, régularisation par décomposition parcimonieuse, optimisation coordonnée par coordonnée, gradient conjugué préconditionné, approximations majorantes, méthodes de Monte-Carlo par chaînes de Markov, échantillonneur de Gibbs, échantillonneur de Metropolis-Hastings.

---

## **Inversion de données d'imagerie cérébrale fonctionnelle (2h)**

**Philippe CIUCIU**

Cette conférence sur un domaine applicatif de première importance, l'imagerie cérébrale, sera organisée en trois parties. La première constituera une introduction à l'imagerie cérébrale fonctionnelle notamment dans le contexte de l'Imagerie par Résonance Magnétique fonctionnelle (IRMf) à travers ses spécificités vis-à-vis des autres modalités. La seconde partie de cet exposé sera dédiée aux techniques classiques (maximum de vraisemblance), d'analyse statistique des activations cérébrales à l'échelle de chaque sujet. Plus précisément, les notions de modèle linéaire général ou matrice de dessin expérimental, de contraste, et de test statistique paramétrique seront introduites afin de mieux appréhender les généralisations que nous proposons dans le cadre des approches de détection-estimation conjointe. Il s'agira en effet de présenter le fruit de recherches qui visent à la fois à identifier des activations cérébrales tout en estimant la fonction de réponse hémodynamique, variable d'une région à l'autre du cerveau, à la base du modèle de régression. La dernière partie sera consacrée à une validation sur des analyses statistiques de groupe de ces nouvelles approches d'analyse intra-sujet des données d'IRMf. Nous examinerons ces aspects notamment à paradigme expérimental fixé mais à paramètres d'acquisition variable (*e.g.*, amélioration de la résolution spatiale). L'idée sera de montrer que les analyses classiques qui lissent spatialement les données et donc qui dégradent la résolution spatiale native des images montrent leurs limites dès lors qu'il s'agit d'investiguer des questions ou des contrastes qui présentent un effet cognitif ténu.

**Mots clés :** imagerie par résonance magnétique fonctionnelle, activité cérébrale, dynamique, détection-estimation, régularisation, parcellisation corticale, inversion non-supervisée, champs de Markov, MCMC, bilinéarité, fonction de partition, modèles non-linéaires.

---

## **Diffraction inverse des ondes : quelques exemples illustrés d'application (2h)**

**Marc LAMBERT**

Dans cette présentation nous nous focaliserons sur des méthodes d'identification de structures enfouies dans des milieux complexes naturels ou artificiels connus partiellement ou totalement à partir de mesures de champs électromagnétiques diffractés. Il s'agit de proposer des méthodes de « décodage » de l'information contenue dans ces mesures afin de remonter aux paramètres d'importance nécessaires à l'évaluation de la structure, paramètres qui dépendent des applications visées, de la précision attendue. Ces travaux s'appuient sur une analyse des phénomènes physiques mis en jeu et sur des formulations exactes ou approchées permettant des calculs numériques rapides et suffisamment précis pour les applications visées. Bien que principalement axé sur des formulations intégrales mettant en jeu l'expression plus ou moins complexe de fonctions et/ou dyades de Green, nous nous focaliserons sur la façon d'appliquer des méthodes d'optimisation locale et/ou globale (par exemple, méthodes de gradient, level-set, ...) pour des applications de contrôle non destructif par courants de Foucault, de géophysique de prospection, détection d'objets enfouis à fréquences radar, ...

**Mots clés** : problèmes inverses, diffraction des ondes, formulations intégrales, fonctions et/ou dyades de Green, optimisation locale et/ou globale, méthodes de gradient, level-set, contrôle non destructif.

---

## **Applications de l'approche inverse en astronomie (2h)**

**Éric THIÉBAUT**

L'astronomie est par excellence une science de l'observation avec de nombreuses applications en traitement du signal et des images. Dans ce domaine où les signaux observés sont très faibles et notablement distordus, l'approche inverse a de nombreux avantages sur les méthodes plus directes. En particulier, l'approche inverse est beaucoup plus robuste par rapport au bruit et aux lacunes de mesures et peut prendre en compte les effets d'instruments imparfaits ou même non-calibrés. De plus, la généralité de ce type d'approche permet d'attaquer de façon cohérente des problèmes très variés. Ces avantages seront illustrés sur divers exemples concrets comme l'estimation de fonctions de distribution en dynamique galactique à partir de spectres observés, la déconvolution d'image et la déconvolution aveugle (c'est-à-dire sans calibrage de la réponse instrumentale), la reconstruction d'image à très haute résolution angulaire à partir de mesures en interférométrie optique, la détection et la caractérisation d'exo-planètes de type terrestre, ...

**Mots clés** : reconstruction d'image, interférométrie, déconvolution aveugle, détection.

---